

## Аннотация дисциплины Б.1.1.10 Дисциплина. Математика

Дисциплина "Математика" изучается обучающимися по основной профессиональной образовательной программе "Управление инновационными проектами" направления подготовки "27.03.05 Инноватика".

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 576/16 часов/з.ед. Самостоятельная работа заключается в выполнении работ, указанных в разделе 4.

В ходе изучения дисциплины осуществляется текущий контроль в форме технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической карты дисциплины, размещенной на электронном курсе, а также промежуточный контроль в форме экзамен.

Целью изучения дисциплины является формирование следующих компетенций:

1. ОПК-1 Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук
2. УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

В ходе изучения дисциплины последовательно рассматриваются темы:

1. №1. Введение в курс математики. Понятие матрицы. Квадратные матрицы. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам первой строки. Определители  $n$ -го порядка. Основные свойства определителей. Теорема о разложении определителя по элементам произвольного ряда. Теорема об аннулировании определителя.
2. №2. Матрица, ее размер. Квадратная матрица, основные понятия (порядок, единичная матрица, невырожденная, треугольная). Равенство матриц, сложение матриц, свойства. Умножение матрицы на число, свойства. Произведение матриц, свойства. Обратная матрица, теорема существования, теорема единственности.
3. №3. Система линейных уравнений, основные понятия (решение, совместные, несовместные, определенные, неопределенные, однородные, неоднородные). Матричная запись и решение в матричной форме систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
4. №4. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы линейных уравнений.
5. №5. Векторы, основные понятия. Равенство векторов. Линейные операции с векторами, свойства. Орт вектора. Теорема (признак коллинеарности векторов в геометрической форме). Проекция точки, вектора на ось. Составляющая вектора. Свойства проекций. Прямоугольная система координат. Координаты точки и вектора. Для векторов, заданных своими координатами: условие равенства, линейные операции, признак коллинеарности.
6. №6. Скалярное произведение, его свойства, запись в координатной форме, экономический смысл.
7. №7. Предмет аналитической геометрии. Линии на плоскости и их уравнения. Две основные задачи аналитической геометрии. Прямая на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой с нормальным вектором и точкой. Общее уравнение прямой на плоскости и его частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и начальной ординатой. Геометрический смысл коэффициентов. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Угол между прямыми, условие параллельности и перпендикулярности прямых.
8. №8. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения. Исследование формы кривых второго порядка по

- каноническим уравнениям. Построение кривых.
9. №9. Линии в пространстве. Прямая линия, общее уравнение прямой, каноническое, векторное и параметрическое. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Условие параллельности и перпендикулярности прямой с плоскостью. Угол между прямой и плоскостью. Пересечение прямой и плоскости.
  10. №10. Понятие окрестности точки. Бесконечно малые функции и их свойства. Предел функции в точке и на бесконечности. Асимптотическое разложение функции, имеющей предел. Горизонтальная асимптота графика функции. Основные теоремы о пределах: предел постоянной, предел суммы, произведения и частного двух функций. Предел сложной функции. Теоремы об ограниченности функции, имеющей предел, о сохранении знака функции и ее предела, о предельном переходе в неравенстве, о пределе сложной функции.
  11. №11. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства. Первый и второй замечательные пределы и следствия из них. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Асимптотическое выражение для непрерывной функции в малой окрестности точки. Свойства функций, непрерывных в точке.
  12. №12. Точки разрыва функции, их классификация. Непрерывность элементарных функций. Бесконечно большая функция в точке и на бесконечности. Теоремы о связи бесконечно большой и бесконечно малой функций. Вертикальная асимптота графика функции. Определение наклонной асимптоты графика функции, необходимое и достаточное условия их существования. Свойства функций непрерывных на отрезке.
  13. №13. Линейная аппроксимация (линеаризация) функции в окрестности точки. Определение дифференцируемой функции. Приращение функции и дифференциал. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Производная функции, ее прикладной смысл в различных задачах. Алгоритм нахождения дифференциала и производной. Связь между дифференцируемостью функции и существованием у нее производной.
  14. №14. Дифференциал независимой переменной. Производная как отношение дифференциалов. Понятие касательной к кривой. Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Производная и дифференциал суммы, произведения, частного функций. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная обратной функции. Логарифмическая производная. Метод логарифмического дифференцирования. Дифференцирование неявной функции. Применение линейной аппроксимации функции к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков.
  15. №15. Теорема Ферма. Теорема Ролля, Лагранжа и Коши, их геометрический смысл. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей. Возрастающая и убывающая функции. Достаточный признак возрастания, убывания, постоянства функции. Точки экстремума функции. Необходимый признак экстремума. Первый и второй достаточные признаки экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке, алгоритм нахождения. Выпуклость, вогнутость графика функции. Достаточное условие выпуклости, вогнутости графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Общая схема исследования функции.
  16. №16. Некоторые понятия топологии (окрестность точки, внутренняя точка множества, открытое множество, замкнутое множество, связность). Функция двух и нескольких переменных как функция точки. Естественная область определения. Геометрическое изображение функции двух переменных. Построение областей, получаемых пересечением поверхностей. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных в

- ограниченной замкнутой области.
17. №17. Частные производные и дифференциалы. Их геометрический смысл. Полное приращение функции нескольких переменных. Приращение линейной функции, линейная аппроксимация функции в окрестности точки. Дифференцируемость. Полный дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Применение полного дифференциала к оценке погрешности. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Производная функции, заданной неявно. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
  18. №18. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума и его геометрический смысл. Достаточное условие экстремума. Абсолютный экстремум и алгоритм нахождения.
  19. №1. Комплексные числа, арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме. Изображение комплексных чисел на плоскости (точечная и векторная интерпретация). Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме и их геометрическая интерпретация. Возведение в степень. Извлечение корня из комплексного числа в тригонометрической форме.
  20. №2. Понятие функции комплексного переменного. Теорема о действительной и мнимой частях непрерывной функции. Предел и непрерывность функции в бесконечно удаленной точке. Непрерывность линейной комбинации, произведения и частного непрерывных функций комплексного переменного. Теорема о непрерывности сложной функции. Определение производной функции комплексного переменного. Условия Коши–Римана. Различие понятий дифференцируемости и аналитичности функции в точке.
  21. №3. Первообразная функция. Теорема о разности двух первообразных. Неопределенный интеграл. Таблица простейших интегралов. Основные свойства интеграла. Инвариантность вида интеграла от выбора аргумента (принцип подведения под знак дифференциала). Основные методы интегрирования: разложения, интегрирования подстановкой (тригонометрические подстановки), интегрирование по частям.
  22. №4. Многочлены от одной переменной. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Корни многочлена. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Простейшие дроби. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.
  23. №5. Интегрирование простейших иррациональностей (линейной, квадратичной). Интегрирование тригонометрических функций.
  24. №6. Определенный интеграл по отрезку, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла, теорема об оценке интеграла, о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной.
  25. №7. Геометрические и экономические приложения определенного интеграла.
  26. №8. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные определения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Начальные условия. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Семейство интегральных кривых. Методы интегрирования дифференциальных уравнений: с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.
  27. №9. Диф. уравнения 2-го порядка. Начальное условие. Задача Коши. Теорема

- существования и единственности решения. Общее и частное решение диф. уравнения 2-го порядка. Простейшие диф. уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные диф. уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, три случая корней характеристического уравнения.
28. №10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов. Теорема о наложении частных решений.
29. №11. Числовая последовательность и ее предел. Признак Вейерштрасса. Понятие числового ряда. Сходимость ряда. Сумма ряда. Ряд геометрической прогрессии. Свойства сходящихся рядов (без док-ва). Необходимый признак сходимости ряда. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости: признак сравнения, признак Даламбера, интегральный и радикальный признаки Коши (радикальный – без док-ва).
30. №12. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопеременяющегося ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов (без док-ва). Функциональные ряды. Основные понятия. Степенные ряды. Конструкция области сходимости степенного ряда. Радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
31. №13. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора и Маклорена. Остаточный член формулы Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции. Разложение функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $(1+x)$ ,  $\ln(1+x)$  в ряд Маклорена. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям: вычисление значения функции, определенного интеграла; решение дифференциальных уравнений.
32. №14. Комбинаторные объекты: размещения, перестановки, сочетания. Основные формулы. Простейшие свойства. Учет повторений. Правила суммы и произведения.
33. №15. Предмет теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Ее свойства. Понятие об аксиоматическом построении теории вероятностей. Статистическая и геометрическая вероятности. Алгебра событий. Теорема сложения вероятностей, следствия. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
34. №16. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности. Наивероятнейшее число появлений события.
35. №17. Дискретные случайные величины. Закон их распределения. Числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Их свойства. Типичные распределения: биномиальное, пуассоновское.
36. №18. Функция распределения вероятностей и ее свойства. Пример нахождения функции распределения для дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины и функции их распределения. Плотность распределения вероятности и ее свойства. Числовые характеристики. Типичные распределения: равномерное, показательное, нормальное. Свойства нормального распределения. Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме.
37. №1. Предмет и задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Способы отбора. Вариационный и статистический ряды. Эмпирическая функция распределения, свойства. Полигон и гистограмма.
38. №2. Основные выборочные характеристики и их свойства. Средние величины,

- основные свойства средней арифметической, медиана, мода вариационного ряда. Показатели вариации, дисперсия вариационного ряда и свойства.
39. №3. Статистическое оценивание параметров. Точечные оценки и их свойства (несмещенность, состоятельность и эффективность). Оценка параметров генеральной совокупности по собственно-случайной выборке, оценка генеральной средней, оценка генеральной дисперсии. Начальные и центральные теоретические моменты. Обычные начальные и центральные эмпирические моменты. Условные эмпирические моменты.
40. №4. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Метод наибольшего правдоподобия. Эмпирические и выравнивающие теоретические частоты.
41. №5. Построение нормальной кривой по опытным данным. Оценка отклонения эмпирического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс. Интервальные оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ . Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном  $\sigma$ . Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.
42. №6. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Нахождение правосторонней, левосторонней и двусторонней критических областей. Мощность критерия.
43. №7. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по биномиальному закону. Проверка гипотезы о равномерном распределении генеральной совокупности. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона.
44. №8. Функция двух случайных аргументов. Система двух случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины.
45. №9. Элементы теории корреляции. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость. Выборочные уравнения регрессии. Корреляционная таблица. Нахождение параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратичной регрессии методом наименьших квадратов. Выборочный коэффициент корреляции, свойства. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи. Корреляционное отношение. Свойства выборочного корреляционного отношения. Криволинейная корреляция. Понятие о множественной корреляции.
46. №10. Понятие и свойства погрешностей. Неустраняемая и вычислительная погрешности. Абсолютная, относительная погрешности. Оценка погрешности. Примеры приближенной оценки.
47. №11. Определение существования корня на отрезке. Локализация (отделение корней). Уточнение корней. Конечные методы решения нелинейного уравнения. Метод дихотомии. Метод хорд. Сравнительная характеристика. Итерационные методы. Сходимость принцип сжимающихся отображений. Метод простых итераций. Метод Ньютона.
48. №12. Численное решение системы нелинейных уравнений. Векторно-матричная форма записи систем нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона. Метод градиентного поиска. Сравнительная характеристика методов.
49. №13. Численное решение систем линейных уравнений. Векторно-матричная форма записи систем линейных уравнений. Существование и единственность решения систем линейных уравнений.

Обусловленность систем линейных уравнений. Конечные методы решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Прямой и обратный ход. Выбор главного элемента. Метод полного исключения Жордана. Вычисление определителя и обратной матрицы.

- 50. №14. Итерационные методы решения СЛАУ. Сходимость итерационного метода. Метод простых итераций. Метод Зейделя.
- 51. №15. Аппроксимация функций. Интерполяция и экстраполяция. Интерполяционные многочлены. Конечноразностные интерполяционные формулы. Полиномы Лагранжа и Ньютона.
- 52. №16. Проблема численного дифференцирования и интегрирования зависимостей. Численные формулы дифференцирования. Остаточные члены простейших формул и их оценка. Методы Рунге практической оценки погрешностей. Сравнительная характеристика методов. Задача численного интегрирования. Формула Ньютона-Котеса. Коэффициенты Котеса и их свойства.
- 53. №17. Однократный и многократный методы. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Практическая оценка погрешности.
- 54. №18. Дифференциальные уравнения. Задача Коши и краевая задача. Численное интегрирование дифференциальных уравнений. Решение задачи Коши. Одношаговые и многошаговые методы. Методы Рунге-Кутты: метод Эйлера, методы 2-го и 4-го порядка.

Основными стратегическими образовательными технологиями являются: лекционные занятия, практические занятия.

В рамках указанных технологий применяются тактические образовательные технологии: задания, классическая лекция.